

測驗說明：本試卷共有兩部分，第一部分有 18 題選擇題，每題 5 分；第二部分有 2 題非選擇題，每題 5 分，合計 100 分。

第一部分選擇題：

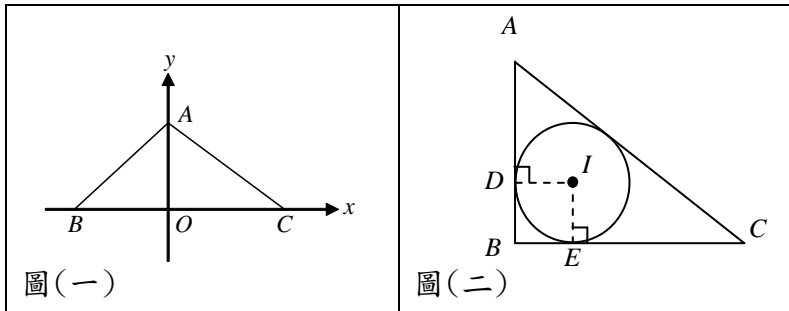
請用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記

1. 下列敘述何者正確？

- (A) 直角三角形的重心在斜邊中點上
(B) 菱形必有外接圓
(C) 箏形的內心在對角線的交點上
(D) 正多邊形的外接圓與內切圓為同心圓

2. 如圖(一)，坐標平面上有 A (0, a)、B (-8, 0)、C (10, 0) 三點，而△ABC 的外心坐標為(b, c)，若 $\angle BAC = 100^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

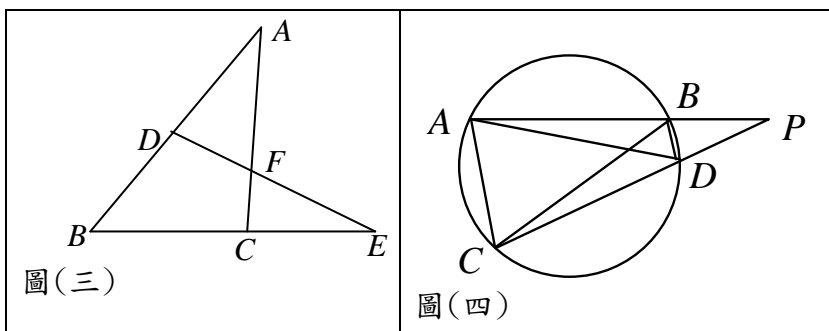
- (A) 外心在△ABC 的內部
(B) a、b、c 三數的大小關係為 $c > a > b$
(C) 外心到 C 點的距離最短
(D) 外心在方程式 $x=1$ 的直線上



3. 如圖(二)，△ABC 中， $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{BC} = 24$ ， $\overline{AC} = 30$ ，I 點為△ABC 的內心， $\overline{ID} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{IE} \perp \overline{BC}$ ，則 \overline{BD} 長度為何？ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

4. 如圖(三)，D 為 \overline{AB} 的中點，C 為 \overline{BE} 的中點， \overline{DE} 與 \overline{AC} 交於 F 點，若△CEF 的面積為 4，則下列敘述何者正確？

- (A) $\triangle ABC \cong \triangle EBD$ (B) $\triangle ADF \sim \triangle EFC$
(C) 四邊形 DBCF 的面積為 8 (D) $\overline{AF} : \overline{FC} = 3 : 2$



5. 有一數學命題如下：

『如圖(四)，圓內兩弦 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的延長線交於圓外一點 P，試證 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 』

下面是甲、乙兩人對此命題的證明：

甲：∵ 四邊形 ABDC 是圓內接四邊形，
∴ $\angle PBD = \angle ACP$

又 $\angle P = \angle P$ ，∴ $\triangle PBD \sim \triangle PCA$ (AA 相似)

$$\therefore \overline{PB} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA} \Rightarrow \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

乙：∵ $\angle PAD = \angle PCB$ 是對同弧的圓周角，

$$\therefore \angle PAD = \angle PCB$$

又 $\angle P = \angle P$ ，∴ $\triangle PAD \sim \triangle PCB$ (AA 相似)

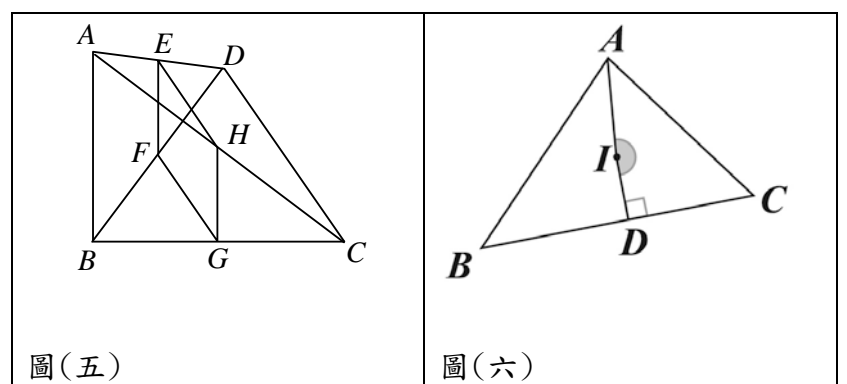
$$\therefore \overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

對於兩人的證明，下列敘述何者正確？

- (A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

6. 如圖(五)，四邊形 ABCD 中，E、F、G、H 分別為 \overline{AD} 、 \overline{BD} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點，若 $\angle HEF : \angle EFG = 2 : 7$ ，則 $2\angle EHG - \angle HGF$ 的度數為何？

- (A) 220 (B) 240 (C) 260 (D) 280



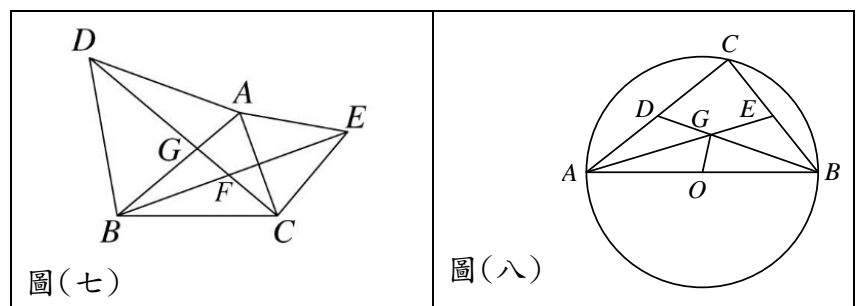
7. 如圖(六)，I 點為△ABC 的內心，D 點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 。若 $\angle B = 46^\circ$ ， $\angle C = 52^\circ$ ，則 $\angle AID$ 的度數為何？

- (A) 173 (B) 175 (C) 177 (D) 179

8. 已知直角三角形中，斜邊長為 $a+12$ ，兩股長為 $a-4$ 、 b ，其中 a、b 均為正整數，則 b^2 必為下列哪一個數的倍數？ (A) 32 (B) 34 (C) 36 (D) 38

9. 如圖(七)，以△ABC 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 各向外側作正△ABD 和正△ACE，則 $\angle DFE$ 的度數為何？

- (A) 132 (B) 128 (C) 124 (D) 120



10. 如圖(八)， \overline{AB} 為圓 O 的直徑，D、E 分別為 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點， \overline{AE} 、 \overline{BD} 相交於 G 點，若圓 O 面積為 12π ，則 \overline{GO} 長度為何？

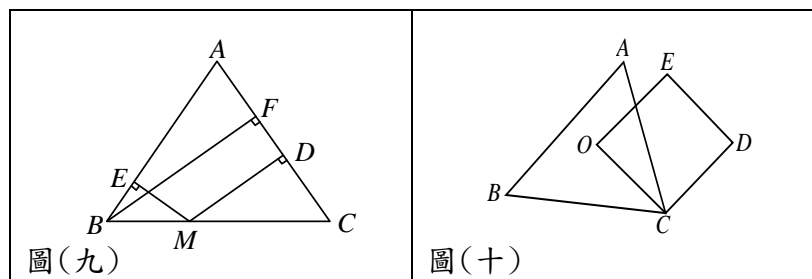
- (A) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 4

11. 若 a 為奇數， b 為偶數，則下列敘述何者錯誤？

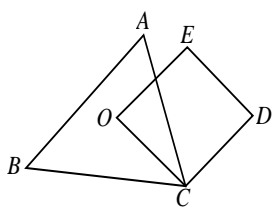
- (A) a 的平方被 4 除後餘數必為 1
 (B) b 的平方必為 4 的倍數
 (C) $b(a+5)$ 為奇數
 (D) $(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)$ 的和必為偶數

12. 如圖(九)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{ME} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ ，若 $\overline{EM} = 6$ ， $\overline{DM} = 10$ ，則 $\overline{CD} : \overline{CF} = ?$

- (A) 4 : 7 (B) 5 : 8
 (C) 5 : 7 (D) 3 : 5



圖(九)



圖(十)

13. 如圖(十)， O 為銳角三角形 ABC 的外心，四邊形 $OCDE$ 為正方形，其中 E 點在 $\triangle ABC$ 的外部。判斷下列敘述何者正確？

- (A) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (B) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心
 (C) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
 (D) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心

14. 正三角形 ABC 的邊長為 12，則 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑為何？

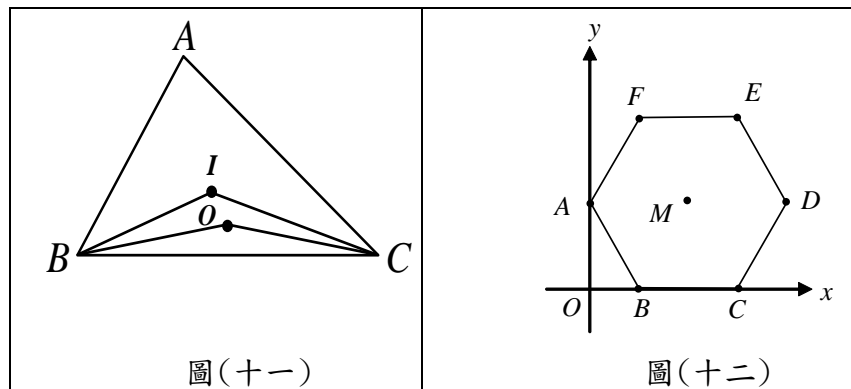
- (A) $4\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

15. 已知圓 O 為正五邊形的內切圓，若正五邊形的邊長為 6，面積為 75，則此內切圓的半徑為何？

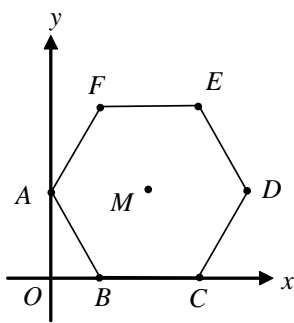
- (A) 9 (B) 7 (C) 5 (D) 3

16. 如圖(十一)， $\triangle ABC$ 中， O 點為外心， I 點為內心，若 $\angle A = 80^\circ$ ，則 $\angle BOC - \angle BIC$ 的度數為何？

- (A) 35 (B) 25 (C) 20 (D) 30



圖(十一)



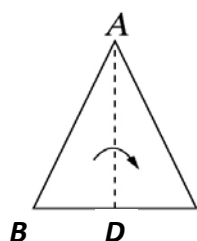
圖(十二)

17. 如圖(十二)， M 點為正六邊形 $ABCDEF$ 的重心，若 B 點坐標為 $(1, 0)$ ，則 E 點的坐標為何？

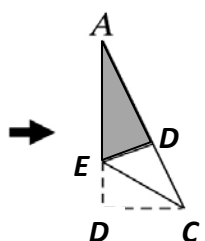
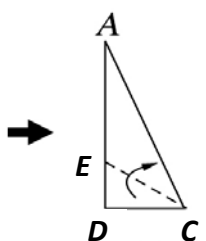
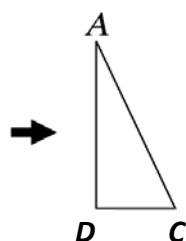
- (A) $(2\sqrt{3}, 3.5)$ (B) $(3, 3\sqrt{3})$
 (C) $(3, 3.5)$ (D) $(3, 2\sqrt{3})$

18. 如圖(十三)， $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，將 \overline{AB} 向 \overline{AC} 方向摺過去，使得 \overline{AB} 與 \overline{AC} 重合，出現摺線 \overline{AD} ，接著將 \overline{CD} 向 \overline{AC} 方向摺過去，使得 \overline{CD} 完全疊合在 \overline{AC} 上，出現摺線 \overline{CE} ，如圖(十四)，則灰色三角形面積為何？

- (A) 10 (B) $\frac{40}{3}$ (C) 14 (D) $\frac{65}{3}$



圖(十三)

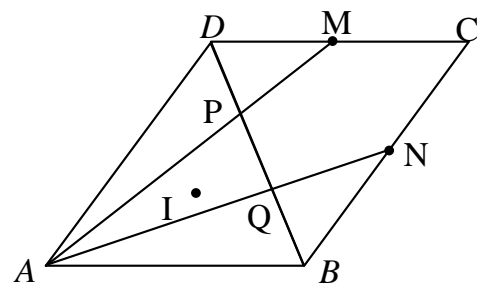


圖(十四)

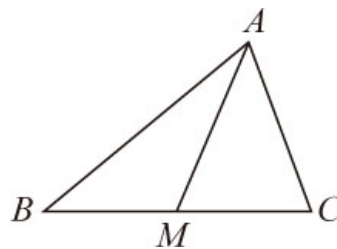
第二部分非選擇題：

請用黑色墨水的筆寫在答案卷上相應的欄位內
 (依計算過程酌量給分，沒有計算過程不給分)

1. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， M 、 N 分別為 \overline{CD} 、 \overline{BC} 的中點， I 點為 $\triangle ABD$ 的內心， $\triangle AID$ 的面積為 30 且 $\overline{AD} : \overline{BD} : \overline{AB} = 15 : 13 : 14$ ，求五邊形 $PQNCM$ 的面積。



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， M 為 \overline{BC} 的中點，求證 $\overline{AB} + \overline{AC} > 2\overline{AM}$



【提示 1】在 \overline{AC} 上取中點 N ，連接 \overline{MN}

【提示 2】可利用 三角形兩邊和大於第三邊 證明

試題結束

新北市立新莊國中 108 學年度第 1 學期第 3 次段考 9 年級數學領域參考答案

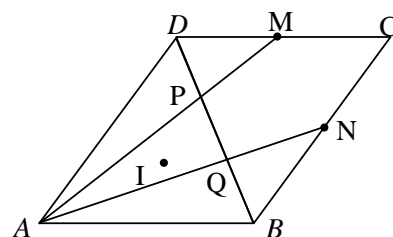
第一部分選擇題：(每題 5 分，共 90 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
D	D	B	C	A	B	C	A	D
10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	C	B	B	A	C	D	D	B

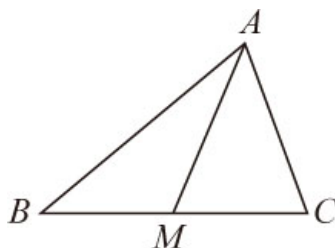
第二部分非選擇題：(每題 5 分，共 10 分，計算過程老師請自行斟酌給分)

1. 如圖，平行四邊形 ABCD 中，M、N 分別為 \overline{CD} 、 \overline{BC} 的中點，I 點為 $\triangle ABD$ 的內心， $\triangle AID$ 的面積為 30 且 $\overline{AD} : \overline{BD} : \overline{AB} = 15 : 13 : 14$ ，求五邊形 PQNCM 的面積。

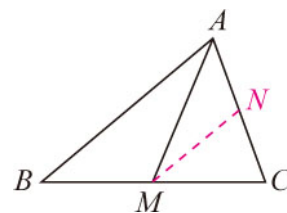
- 解： (1) 求出 $\triangle ABD$ 面積 = 84 (給 1 分)
 (2) 說明 $\overline{DP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$ (給 1 分)
 (3) 求出 $\triangle PDM$ 面積 = $\triangle QBN$ 面積 = 14 (給 2 分)
 (4) 求出五邊形 PQNCM 的面積 = 56 (給 1 分)



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中，M 為 \overline{BC} 的中點，
 求證 $\overline{AB} + \overline{AC} > 2\overline{AM}$



- 解： (1) 在 \overline{AC} 上取中點 N，連接 \overline{MN} 。 (給 1 分)
 (2) 在 $\triangle ABC$ 中，
 $\because M$ 為 \overline{BC} 的中點， N 為 \overline{AC} 的中點，
 $\therefore \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ (三角形兩邊中點連線性質)，
 又 N 為 \overline{AC} 的中點 $\therefore \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$ 。 (給 2 分)
 (3) 在 $\triangle AMN$ 中，
 $\therefore \overline{MN} + \overline{AN} > \overline{AM}$ (兩邊和大於第三邊)，
 $\therefore \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC} > \overline{AM}$ ，
 故 $\overline{AB} + \overline{AC} > 2\overline{AM}$ 。 (給 2 分)



若依其他方式證明，老師請自行斟酌給分