

一、 選擇題：(每題 4 分，共 28 分)

- 下列敘述何者正確？  
(A) 兩數互質，則其中至少有一數是質數  
(B) 若  $a$  為質數，則  $a$  只有 1 個質因數  
(C)  $a$  是 4 的倍數，也是 6 的倍數，  
則  $a$  一定是 24 的倍數  
(D) 64 的正因數個數為偶數
- 在 1545、663、217492、15642 四個整數中，2 的倍數有  $a$  個，3 的倍數有  $b$  個，5 的倍數有  $c$  個，則下列敘述何者正確？  
(A)  $a=1$  (B)  $b=2$  (C)  $c=2$  (D)  $a+b+c=6$
- 下列各數何者是  $2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11^3$  的因數？  
(A)  $2^2 \times 5$  (B)  $2^2 \times 11^3$  (C)  $7^2 \times 11^3$  (D)  $2 \times 3^3 \times 11^3$
- 已知  $a = [(-\frac{2}{7}) + \frac{5}{8}] \div 11$ ， $b = (-\frac{2}{7}) \div 11 + \frac{5}{8} \div 11$ ， $c = (-5)^2 + (-5)^4$ ， $d = [(-5)^2]^3$ ，判別下列敘述何者正確？  
(A)  $a=b$ ， $c \neq d$  (B)  $a=b$ ， $c=d$   
(C)  $a \neq b$ ， $c \neq d$  (D)  $a \neq b$ ， $c=d$
- 若  $a = (-\frac{6}{5})^2$ ， $b = (-\frac{6}{5})^3$ ， $c = (-\frac{6}{5})^4$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為何？  
(A)  $a > b > c$  (B)  $a > c > b$  (C)  $c > a > b$   
(D)  $b > a > c$
- 下列哪一個算式的計算結果與  $\frac{5}{6} - (-2\frac{5}{9})$  相同？  
(A)  $\frac{5}{6} - (-2 + \frac{5}{9})$  (B)  $\frac{5}{6} - (2 + \frac{5}{9})$   
(C)  $\frac{5}{6} - 2 + \frac{5}{9}$  (D)  $\frac{5}{6} + 2 + \frac{5}{9}$
- 甲、乙、丙三人合吃一個蛋糕，甲先吃全部的  $\frac{1}{3}$ ，乙再吃剩下的  $\frac{3}{7}$ ，丙吃完最後剩下的，則此三人誰吃的最多？  
(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 一樣多

二、 填充題：(每格 4 分，共 52 分)

※ 答案需化成最簡分數

- 若一個五位數為  $2\square 160$  是 11 的倍數，則  $\square =$  \_\_\_\_\_。
- 求下列兩數的最大公因數，將結果以標準分解式表示：  
 $(504, 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11^2) =$  \_\_\_\_\_。
- 求下列三數的最小公倍數，將結果以標準分解式表示：  
 $[2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7, 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11, 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 11]$   
 $=$  \_\_\_\_\_。

- 垂垂利用短除法做甲數的質因數分解，不小心將某些數弄髒了，如右圖所示。

請問  $\text{甲} + \oplus - \star =$  \_\_\_\_\_。

$$\begin{array}{r|l} 3 & \text{甲} \\ \hline 3 & \oplus \\ \hline 5 & \star \\ \hline & 7 \end{array}$$

- 計算  $[75, (24, 30)] =$  \_\_\_\_\_。
- 計算  $(-2\frac{1}{4}) \div 1\frac{2}{5} \div (-\frac{9}{14})$  的值 = \_\_\_\_\_。
- 計算  $3 - 2\frac{1}{4} \times (-\frac{2}{3})^2$  的值 = \_\_\_\_\_。
- 計算  $(-\frac{1}{3})^3 \times (-18) + \frac{3}{4} \div (-3)$  的值 = \_\_\_\_\_。
- 計算  $(\frac{21}{26})^3 \times (\frac{13}{14})^4 \times (\frac{4}{3})^5$  的值 = \_\_\_\_\_。
- 如果一個正方體可以切割成邊長分別為 6 公分、4 公分、8 公分的小長方體，剛好可切割完而沒有剩下。已知此正方體邊長不超過 200 公分，則此正方體最大邊長是 \_\_\_\_\_ 公分。
- $a$ 、 $b$  皆為兩位數的整數且  $a < b$ ，若  $(a, b) = 4$ ， $[a, b] = 156$ ，則  $b$  的值 = \_\_\_\_\_。
- $3^8$  是  $9^2$  的  $a$  倍， $(\frac{15}{4})^4$  是  $(\frac{25}{16})^2$  的  $b$  倍，則  $\frac{a}{b}$  的值 = \_\_\_\_\_。

- 已知  $a = 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 \times 29$ ，可知  $a$  這個數的所有因數中，有某些因數可表示成  $6\square$ ，則  $\square$  的最大值 = \_\_\_\_\_。

三、 應用計算題：(每大題 5 分，共 20 分)

- 計算  $4 \times (-2\frac{3}{4}) - 5^2 \times (2^{16} \div 2^{13})$  的值

【背面尚有試題】

2. 將 112 顆蘋果、140 顆梨子及 84 顆柿子分裝到箱子中，每個箱子都要有蘋果、梨子和柿子，且這三種水果在每個箱子中的數量要一樣多。試問在多種分裝的方法下，箱子內這三種水果的數量總和最少為多少顆？

3. 【題組】

在美洲的北部存在一種生命週期很長的昆蟲，牠們的幼蟲窩在地面底下十七年以後，才會爬出地面羽化成成蟲，然後交配與產卵，接著面臨死亡，我們稱之為『十七年蟬』。

在地底的幼蟲每逢 17 年週期到來的前幾週，就會打好通往地面的通道，土壤溫度超過攝氏 18 度時，蟬蛹便會脫離地底，牠們通常會選在日落之後鑽出地面，在附近的樹木或灌木上安頓好，展開蛻變為成蟲的最後階段。

至於『十七年蟬』究竟為何能精確計算 17 年的生命週期，在既定的時間破土而出？目前尚未知曉原因，但科學家普遍認為，蟬演化為質數的生命週期，這樣和牠的天敵就比較難相遇，藉以提高存活的機率，讓族群得以代代繁衍下去。

- (1) 依照科學家的推測，假設某種『十七年蟬』有一種天敵，其生命週期是 5 年，則此種蟬每隔多少年可能會面臨一次生存危機？（2 分）
- (2) 承上題，若此種『十七年蟬』的幼蟲已於西元 2020 年由地底破土而出，準備蛻變為成蟲，且遇上生命週期為 5 年的天敵。依此演化策略推測，在西元 2278 年時，此種蟬是否會與天敵相遇呢？請說明。（3 分）
4. 美美買了  $a$  盒餅乾禮盒，每盒禮盒中均有  $b$  個巧克力餅乾， $c$  個奶油餅乾。已知全部的餅乾共有 48 個， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三個相異質數，且  $b < c$ ，求  $a$ 、 $b$ 、 $c$  所有可能的值。

【試題結束】

一、 選擇題：(每題 4 分，共 28 分)

1	2	3	4	5	6	7
B	D	B	A	C	D	C

二、 填充題：(每格 4 分，共 52 分)

1	2	3	4	5	6	7
8	$2^2 \times 3^2 \times 7$	$2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$	385	150	$\frac{5}{2}$	2
8	9	10	11	12	13	
$\frac{5}{12}$	$\frac{104}{63}$	192	52	1	5	

三、 計算題：(每大題 5 分，共 20 分)

※計算過程 老師可自行斟酌給分

<p>1. 計算 <math>4 \times (-2\frac{3}{4}) - 5^2 \times (2^{16} \div 2^{13})</math> 的值</p> <p>【解】：<u>-211</u></p>	<p>2.</p> <p>【解】：</p> <p><math>(112, 140, 84) = 28</math> (3 分)</p> <p><math>(112 + 140 + 84) \div 28 = \underline{12}</math> 顆 (2 分)</p>
<p>3.</p> <p>【解】：(1) <math>[17, 5] = \underline{85}</math> 年 (2 分)</p> <p>(2)</p> <p><math>(2278 - 2020) \div 85 = 3 \dots 3</math></p> <p><u>故此種蟬不會與天敵相遇</u> (3 分)</p>	<p>4.</p> <p>【解】：</p> <p>(1) 寫出 <math>48 = 2 \times 24 = 3 \times 16</math> (1 分)</p> <p>(2) <math>a=2, b=5, c=19</math> (1 分)</p> <p>(3) <math>a=2, b=7, c=17</math> (1 分)</p> <p>(4) <math>a=2, b=11, c=13</math> (1 分)</p> <p>(5) <math>a=3, b=5, c=11</math> (1 分)</p>